La matemática en la firma del Diablo

Juan Antonio Pérez
Unidad Académica de Matemáticas
Universidad Autónoma de Zacatecas

agosto 21, 2025

Dedicado al Dr. Miguel Maldonado
y a su alumno invidente Tadeo Rodríguez

Mide lo que es medibls
y has medible lo que no es.

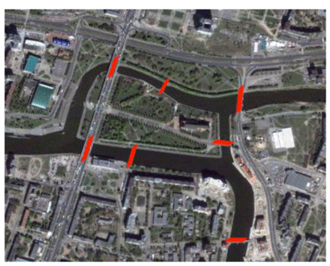
GALILEO GALILEI (1564 - 1642)

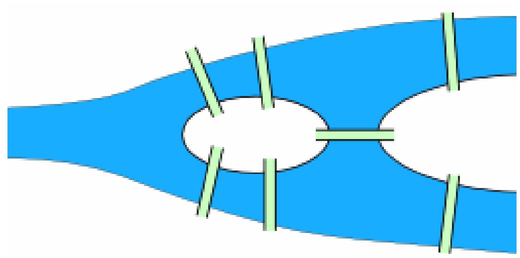
Uno de los matemáticos más prolíficos de la Historia es el suizo Leonhard Paul Euler (1707 - 1783), al grado de que a la fecha no toda su obra ha sido estudiada a profundidad. Fue un padre amoroso y dedicado de 13 hijos junto con su esposa Katharina Gsell, hija del aertista plástico Georg Gsell (1673 - 1740). Contaba 31 años cuando perdió la visión del ojo derecho luego de una fiebre prolongada, por lo que llegó a ser identificado como "el cíclope", gracias al ácido humor del rey de Prusia Federico II (1712 - 1786), que se hacía llamar "El grande". Poco después padeció cataratas en el ojo izquierdo, hasta quedar completamente ciego.

A la pérdida de la funcionalidad en el ojo izquierdo se cuenta que dijo "*ahora tendré menos distracciones*". Continuó, ya con ceguera total, su trabajo matemático sin perder un ápice de voracidad científica. Solo cinco de sus trece hijos alcanzaron la edad adulta, y el mayor de ellos le auxiliaba para escribir sus trabajos matemáticos cuando a él le resultó imposible. Falleció un 18 de septiembre luego de un accidente cardiovascular a la edad de 76 años. En un mensaje póstumo el también matemático Nicolás de Condorcet escribió "*... il cessa de calculer et de vivre*", en reconocimiento de una vida dedicada casi completamente al ejercicio matemático.

La ceguera, la topología y el compromiso docente constituyen el tema de mi colaboración de hoy, y tiene su origen en una visita reciente a la oficina de un colega matemático de la Universidad Autónoma de Zacatecas, quien tiene a su cargo el curso de *Topología de Conjuntos* en el quinto semestre de la Licenciatura en Matemáticas. Uno de los discípulos es Tadeo, un joven invidente atraído por el delicado encanto del descubrimiento matemático.

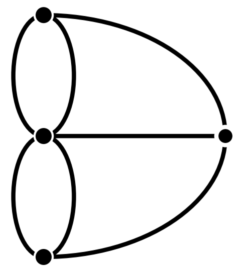
Regresemos por ahora cn Euler, quien motivado por su bulliciosa inquietud científica ingresó a la Universidad prusiana de Königsberg, localidad que actualmente es la ciudad rusa de Kaliningrado. Ahí, como todo estudiante recién ingresado fue sujeto de la habitual novatada, consistente en el reto de recorrer los siete puentes que cruzaban el rio Pregel si repetir ni omitir ninguno, y terminando el recorrido en el mismo punto de inicio.





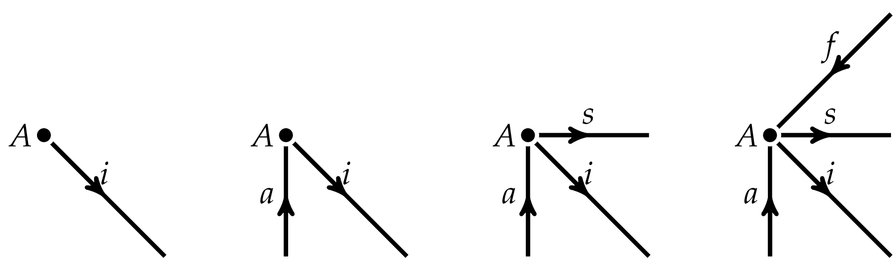
A la izquierda de la ilustraciń anterior se aprecia una vista aérea de la ciudad de Königsberg con los siete puentes en rojo, y a la derecha una simplificación gráfica, que conserva lo esencial del problema que le fuera planteado a Euler.

Era común ver a los estudiantes contrariados y confundidos intentando dar el paseo requerido sin éxito. Ante una historia de fracasos, era necesario preguntarse si el recorrido solicitado era en realidad posible. Euler, con su gran agudeza, se percató de que el problema era equivalente al trazado, sin levantar el lápiz del papel y sin duplicar ningún trazo, de la gráfica siguiente, en la que las siete aristas representan los puentes y los cuatro vértices las ubicaciones en superficie sólida..



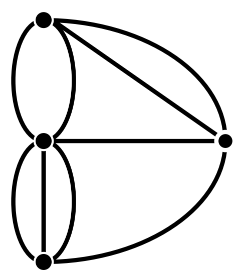
Cuestioinarse acerca de la posibilidad fue el paso decisivo para el nacimiento de dos disciplinas matemáticas: la Topología y la Teoría de Gráficas. Y la respuesta fue negativa. En matemáticas, la soución es a veces, que no hay solución.

Sencillez, belleza y utilidad son trres componentes responsables del valor atribu"ible a un resultado matemático. Y este es el caso. Si una gráfica se traza finalizando en el punto de inicio, distinguimos dos tipos de vértices: los intermedios que denotareos genéricamente como B y el inicial que etiquetaremos como A. A una arista inicial i corresponde una final f y a cada arribo intermedia a le corresponderá también una salida s, siguiendo algo parecido a la secuencia que continuación se ilustra.

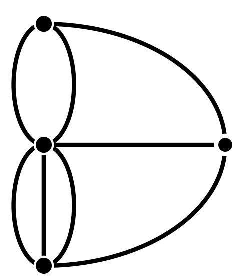


Entonces, el vértice inicial, que es también final, tiene una cantidad par de aristas: decimos que es un *vértice par*. Cada vértice intermedio es también par, como el lector puede verificar reproduciendo el argumento anterior. Solo hay un cambio: la primera arista es de llegada y la última es de salida. Un recorrido que finaliza en su punto de inicio se llama *cilco euleriano*, y lo que hemos demostrado es que un ciclo euleriano es posible únicamente el gráficas tal que todos sus vértices son pares. El ciclo euleriano es pues imposible en los puentes de Königsberg, ya que todos sus vértices son impares.

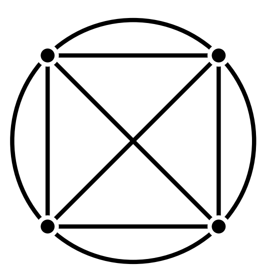
Pero no todo está perdido, agregando dos puentes más, el ciclo euleriano es posible y usted puede verificarlo con facilidad.



Un *paseo euleriano* difiere de un ciclo es que los puntos de inicio y finalización son distintos. En este caso, puede reproducirse el argumento anterior para descubrir que una gráfica admite un paseo euleriano si exactamente dos de sus vértices son impares, y ellos son el de inicio y el final. Si a la gráfica original de Euler le agrgamos únicamente un puente, no tendremos un ciclo, pero si un paseo.

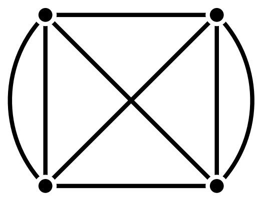


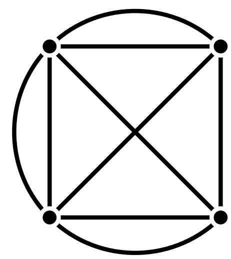
Hace poco más de medio siglo, un reto infantil común era la "falsificación" de la *firma del Diablo*, gráfica que se reproduce en la ilistración que sigue, en una gráfica con cuatro vértices y diez aristas. Nótese que el "cruce" de las diagonales no es un vértice.



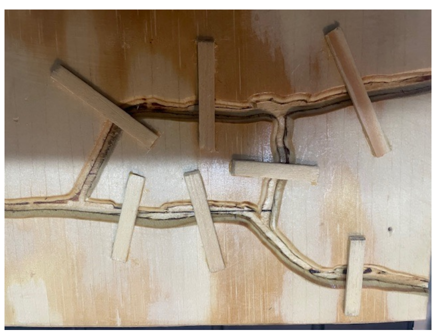
Como es de esperarse, la firma del Diablo no es infalsificable a través de un ciclo, a menos que se eliminen dos aristas que no tengan ningún vértice en común, lo cual sería, según creo, una concesión inaceptable para

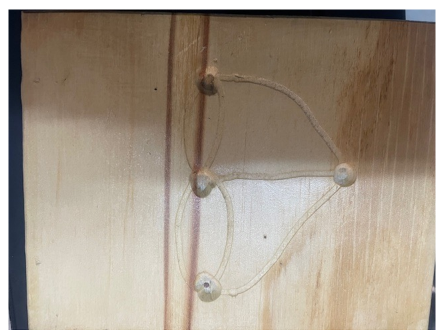
Luzbel. La eliminación de una arista cualquiera es posiblemente más razonable, y posibilita la existencia de un paseo euleriano. No se falsifica del todo, pero casi.





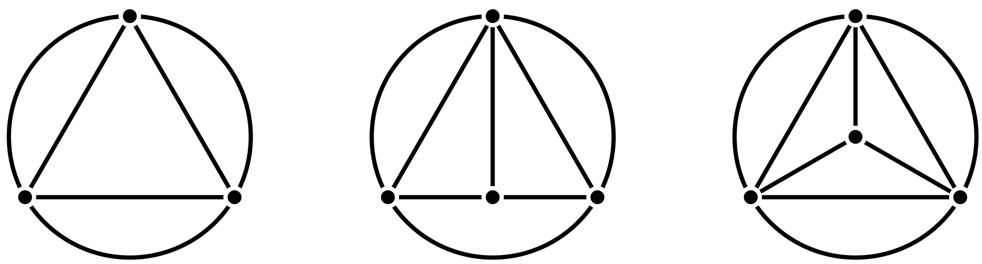
En la visita a la que aludo antes, encontré el siguiente ,modelos en madera que es prácticamente una representación tridimensional de los puentes de Königsberg, elaborados con la finalidad de facilitar el aprendizaje de un alumno que carece del sentido de la vista.





Tadeo ha revolucionado la forma en la que tradicionalmente se favorecía el aprendizaje matemático en nuestro medio. La dedicación y el compromiso de sus profesores han hecho y siguen haciendo el resto.

Y llegó la hora de jugar. Por supuesto usted, que me ha concedido la deferencia de leer hasta este punto, será capaz de decidir si vale la pena intentar el trazo de un ciclo o de un paseo euleriano en cada una de las gráficas siguientes.



Es posibel también que usted ya esté pensando en variantes divertidas. Que la pase muy bien.