

Pinceladas de geometría novohispana

Juan Antonio Pérez
Unidad Académica de Matemáticas
Universidad Autónoma de Zacatecas

octubre 25, 2025

*La política es para el presente,
pero una ecuación es para la eternidad..*

ALBERT EINSTEIN (1879 - 1955)

El insaciable apetito por metales preciosos oro y plata, así como por materiales para trabajos de ingeniería y construcción además de las labores propias de la minería, llevaron a los invasores ibéricos a la necesidad de manejar algunos conocimientos matemáticos. La agrimensura es posiblemente el primer estímulo para el desarrollo de la geometría. Otras actividades como la construcción de relojes y de redes hidráulicas evidenciaron la necesidad de manuales que concentraran los conocimientos técnicos indispensables para no tener que recurrir a instructivos escritos en la península ibérica, por las dificultades de comunicación propias de la época.

El primer tratado de matemáticas del que se tiene registro como edición novohispana, y ya impreso en América en 1556, es el *Sumario compendioso de las cuentas de plata y oro* de Juan Díez Freile que es básicamente un manual de contabilidad y de aritmética básica para el manejo de pesos y medidas. Con ese propósito, el autor plantea y resuelve algunas ecuaciones cuadráticas a guisa de ejemplo.

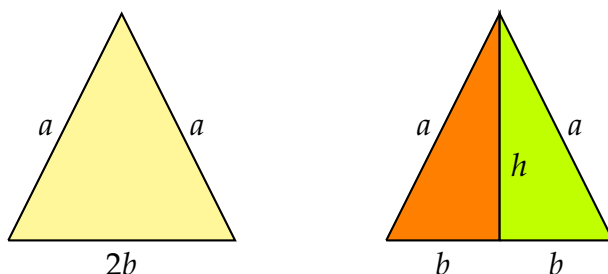
Con las limitaciones notacionales de la época, dos casos paradigmáticos son los siguientes, escritos en la simbología contemporánea:

$$x^2 - 15\frac{3}{4} = x \qquad \text{y} \qquad x^2 + x = 1260.$$

Los métodos de solución son, por supuesto, los ya antes desarrollados en la obra de Fray Diego Rodríguez. Por desgracia, no hay datos confiables sobre nacimiento y muerte de Díez Freyle, salvo que ambos sucesos tienen lugar en el siglo XVI.

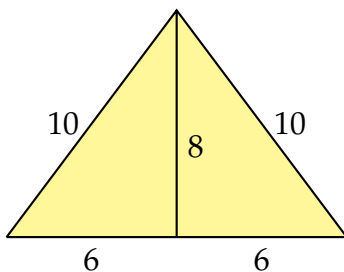
Otro memorable texto es el de José Sáenz de Escobar (1655 - 1722), presentado hacia la aurora del siglo XVIII, en 1706, bajo el sugestivo título *Geometría Práctica y Mecánica*, dedicado fundamentalmente a los problemas de construcción planteados por la minería. Los soportes verticales de una bóveda triangular conducen al cálculo de la altura de un triángulo isósceles, es decir, dos de cuyos lados coinciden en longitud.

La altura h de un triángulo isósceles lo divide en dos triángulos rectángulos congruentes, cuya base b es justo la mitad de la del triángulo original.

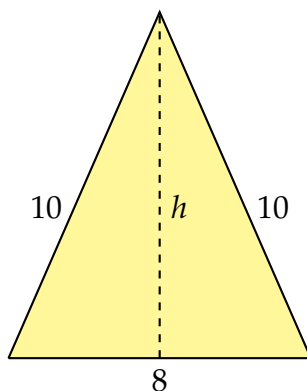


Mediante el uso del teorema de Pitágoras, Sáenz tiene claridad acerca de que $b^2 + h^2 = a^2$, de manera que si se conocen a y b , el valor de h se calcula mediante $h = \sqrt{a^2 - b^2}$. Un caso particular explicado en detalle en la obra citada es el de un triángulo isósceles con dos lados iguales de longitud 10 unidades (codos o varas) y cuya base de 12 unidades.

La mitad de la base es 6, y hace notar que h debe satisfacer $h^2 + 6^2 = 10^2$, es decir, que $h^2 + 36 = 100$, de donde $h^2 = 64$. Dado que 64 es un cuadrado exacto, o sea que es el cuadrado de un número entero, la solución es fácilmente reconocible como $h = 8$.



En el caso anterior, $(6, 8, 10)$ es una *terna pitagórica* puesto que $6^2 + 8^2 = 10^2$, al igual que la terna egipcia divina $(3, 4, 5)$. Un caso tratado por Sáenz, y que no corresponde a una terna pitagórica es el siguiente: un triángulo isósceles con dos lados de longitud 10 y una base de 8 unidades.



Por el teorema de Pitágoras $h^2 + 16 = 100$, de manera que el valor de h es como sigue.

$$h = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \approx 9.15515 \dots$$

El número $\sqrt{84}$ no es racional, es decir, no es un cociente de números enteros, y es muy posible que en la época no fuese común tratar con números irracionales. El texto de Sáenz desarrolla un algoritmo bastante peculiar que se explica por el *trinomio cuadrado perfecto*. El máximo cuadrado menor que 84 es $81 = 9^2$, de manera que $\sqrt{84}$ es un número entre 9 y 10, digamos que $\sqrt{84} = 9 + r$, donde r es un número entre 0 y 1, y Sáenz concluye que

$$r = \frac{3}{2(9) + 1} = \frac{3}{19} \approx 0.15789 \dots$$

mediante una regla que, en la actualidad se explicaría de la siguiente manera: dado que

$$84 = (9 + r)^2 = 81 + 2(9)r + r^2$$

o de forma equivalente, como $r < 1$,

$$3 = 2(9)r + r^2 = r(18 + r) < r(18 + 1) = 19r,$$

entonces, dado que $r = 1$ es el valor más alto posible para r , la aproximación racional que obtiene Sáenz es

$$\frac{3}{19} < r,$$

y como vemos, es una buena aproximación hasta dos decimales. Nada mal para los usos prácticos del momento.

Un *triángulo equilátero*, que en la terminología de Sáenz es *triángulo isopleuxo*, es aquel que tiene sus tres lados de la misma longitud, digamos $2a$. Se sabe que en este caso la altura es justamente $a\sqrt{3} = a(1+r)$ para r entre 0 y 1, y entonces debe satisfacer que

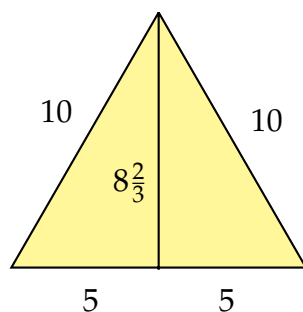
$$a^2 + (1+r)^2 a^2 = 4a^2,$$

de manera que $3 = (1+r)^2 = 1 + 2r + r^2$ o sea $2 = r(2+r) < 3r$, con lo que $\frac{2}{3} < r$. Notamos que

$$\frac{2}{3} = 0.666666\dots$$

mientras que $\sqrt{3} - 1 \approx 1.732051 - 1 = 0.732051$. En este caso la aproximación es un tanto más grosera, pero la desigualdad $\frac{2}{3} < r$ nos previene de que la altura que se busca es ligeramente mayor. La diferencia en este caso es menor de dos decimos de unidad.

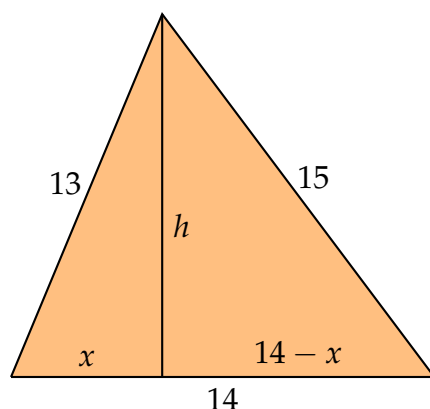
Curiosamente, Sáenz usa la fracción $\frac{2}{3}$ como un "sumando común", como se muestra en el ejemplo siguiente.



Este tratado de lo que llamó el autor Geometría Práctica, trata también con triángulos escalenos, es decir, aquellos que tienen sus lados de tres

longitudes diferentes. El algoritmo en este caso es tan oscuro en su forma original que pierde todo sentido exponerlo aquí.

Un caso trabajado por Sáenz en su obra es el del triángulo de la ilustración que sigue.



El cálculo de la altura, como puede verse, pasa por calcular la longitud x , una vez que el triángulo original se divide en dos triángulos rectángulos, de modo que involucra un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, ambas mediante el uso del Teorema de Pitágoras, ya que $13^2 = 169$ y $15^2 = 225$.

$$\begin{aligned}x^2 + h^2 &= 169 \\(14 - x)^2 + h^2 &= 225\end{aligned}$$

Con seguridad, el lector interesado no tendrá dificultad para resolver el sistema planteado, que curiosamente, tiene la solución entera $h = 12$ y $x = 5$. Una exposición más detallada y una buena cantidad de otras referencias las puede usted encontrar en

{www.iifilologicas.unam.mx/pnovohispano/uploads/memoxviii}.

Continuaremos con la serie de la matemática en México.