

Estética y fortaleza en un triángulo

Juan Antonio Pérez
Unidad Académica de Matemáticas
Universidad Autónoma de Zacatecas

agosto 25, 2026

*La geometría es el espejo
de la divina sabiduría.*

JOHANNES KEPLER (1571 - 1630)

La belleza es un concepto escurridizo; es mucho más sencillo apreciarla que conceptualizarla y entenderla. El escritor catalán Noel Clarasó i Serrat (1899 -1985) escribió "Si no llevas belleza en tu alma, no la encontrarás en nada". De acuerdo con esta sentencia del autor ibérico, para ser capaces de apreciar lo bello, de participar del descubrimiento estético, es espíritu debe haber sido sensibilizado, inmerso en el cálido mar de las bellezas interiores.

Veamos, cualquiera de nosotros puede apreciar la sonoridad hermosa una voz educada, o la maestría en la ejecución instrumental. Así gozamos del placer estético que la música nos ofrece, pero lo entenderemos mucho mejor si hemos vocalizado o intentado aprender la práctica de algún dispositivo musical. Más todavía si somos capaces de leer una partitura.

Las artes plásticas, escénicas, las hazañas deportivas, serán mejor valoradas cuando el juicio se acompañe de algún intento de práctica. El escenario que se ofrece desde el alto de la plataforma es esencialmente diferente del que puede verse desde la butaca en una competencia de clavados. Y así por el estilo.

Hay números y objetos matemáticos que guardan íntimos nexos con la apreciación artística o con el juicio estético. El número π , epítome de la

circularidad, habita en las semillas de la voluptuosidad y la perfección. El número e , ligado con el crecimiento y la espiralidad, se relaciona además con π mediante la ecuación $e^{i\pi} + 1 = 0$, que nos fue generosamente obsequiada por el gigantesco talento matemático del suizo Leonard Euler (1707-1783).

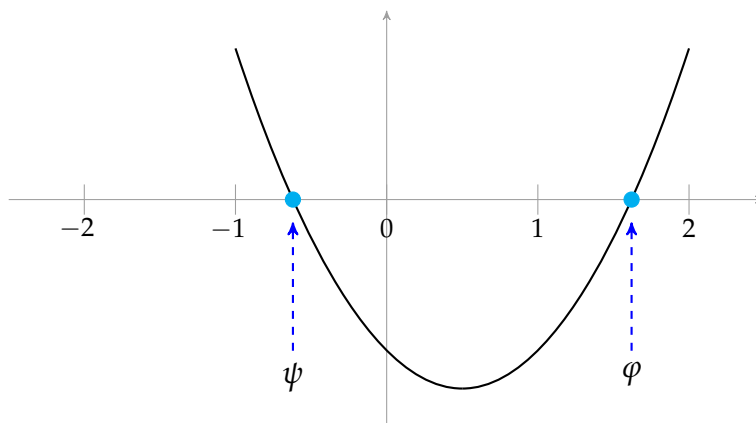
Una breve digresión sobre curiosidades aritméticas en relación con las fechas de nacimiento y muerte de Euler. El número 1707 tiene solo dos factores primos: 3 y 569, mientras que 1783 es, él mismo, primo. Otra curiosidad es que 1707 escrito en base 2 se ve como 11010101011, en tanto que 1783 tiene la expresión binaria 11011110111, exhibiendo ambos una muy curiosa regularidad, siendo simetría en el primer caso.

De regreso en el tema de lo numérico y lo aritmético, observamos que un número domina entre todos los que se relacionan con el arte: el número de oro, que tradicionalmente se representa con la letra griega φ .

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

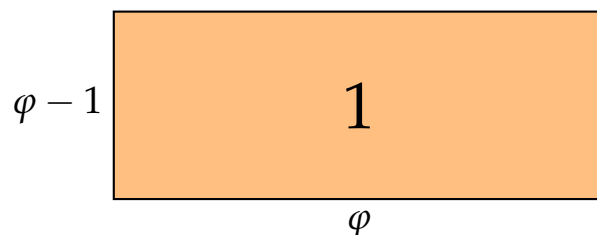
Sin mucho esfuerzo notamos que $\varphi^2 = 1 + \varphi$, es decir que φ satisface la ecuación $x^2 - x - 1 = 0$, que como toda cuadrática tiene dos raíces, siendo ψ la restante.

$$\psi = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$



Si como se ha afirmado a través de la Historia, el número áureo φ es la representación aritmética de la proporción del arte, no es una exageración

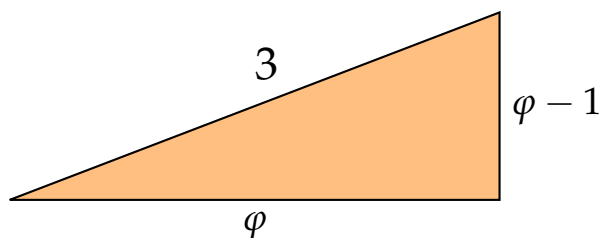
etiquetar la igualdad $x^2 - x - 1 = 0$ como *la ecuación del arte*. Este número, en equipo junto con su inseparable compañero ψ , ofrece una gran variedad de sorpresas. Por supuesto también ocurre que $\psi^2 = \psi + 1$, pero además $\varphi\psi = -1$, de manera que $\varphi^{-1} = -\psi$. Un rectángulo con base φ y altura $-\psi$ tiene área 1.



Basta notar que $-\psi = \varphi - 1$ y que

$$\varphi(\varphi - 1) = \varphi^2 - \varphi = (\varphi + 1) - \varphi = 1.$$

La diagonal del rectángulo anterior es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden φ y $-\psi = \varphi - 1$, que sorprendentemente es un número entero.



Del Teorema de Pitágoras (570 - 490 a.n.e) para triángulos rectángulos se sigue que

$$\varphi^2 + \psi^2 = (1 + \varphi) + (1 + \psi) = (\varphi + \psi) + 2 = 3.$$

El número áureo aún depara sorpresas, por ejemplo

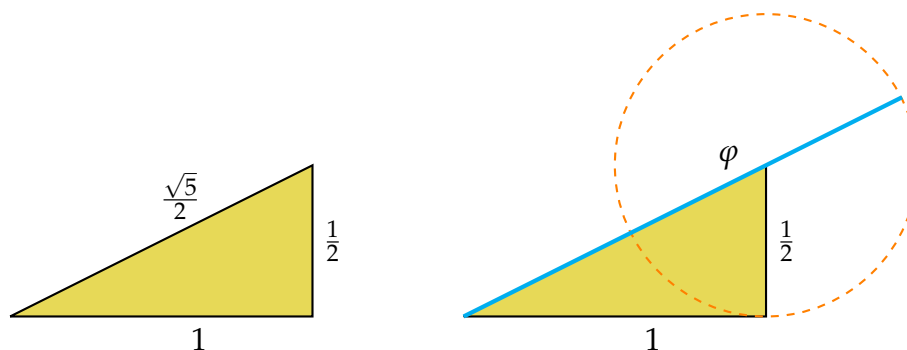
$$\varphi^2 - \psi^2 = \varphi - \psi = \sqrt{5}$$

además de $\varphi^3 - \psi^3 = 2\sqrt{5}$ y $\varphi^4 - \psi^4 = 3\sqrt{5}$. La ubicuidad de la proporción áurea en favor del valor estético es altamente notable: una hoja de papel de tamaño carta es un rectángulo áureo, al igual que el pórtico del partenón en Grecia. La cara de la Mona Lisa, y la proporción anatómica del *hombre de Vitruvio*¹ de Leonardo da Vinci (1452 - 1519) son ejemplos claros de la

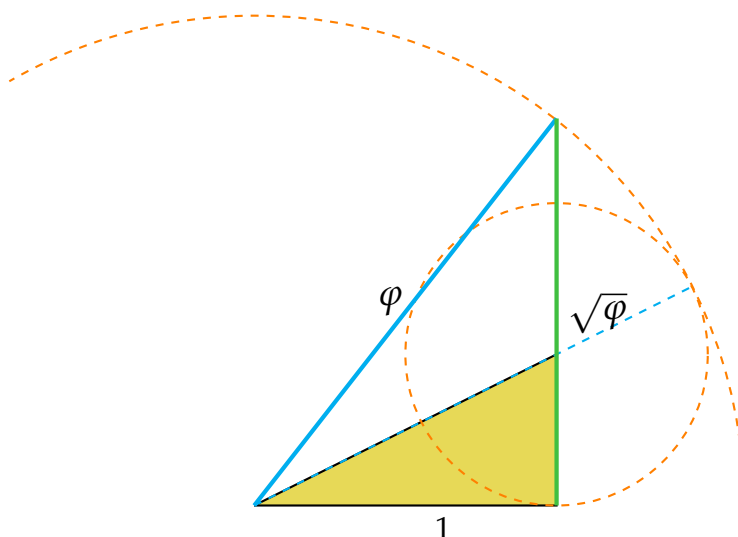
¹Marco Vitruvio Polión (80 - 15 a.n.e), arquitecto romano.

proporción dorada. Haya usos de este número incluso en la composición musical. Una sublimación de este uso es, posiblemente la gran pirámide de Giza, cuyas dimensiones corresponden al triángulo de Kepler, que se construye mediante el uso de la igualdad $\varphi^2 = 1 + \varphi$.

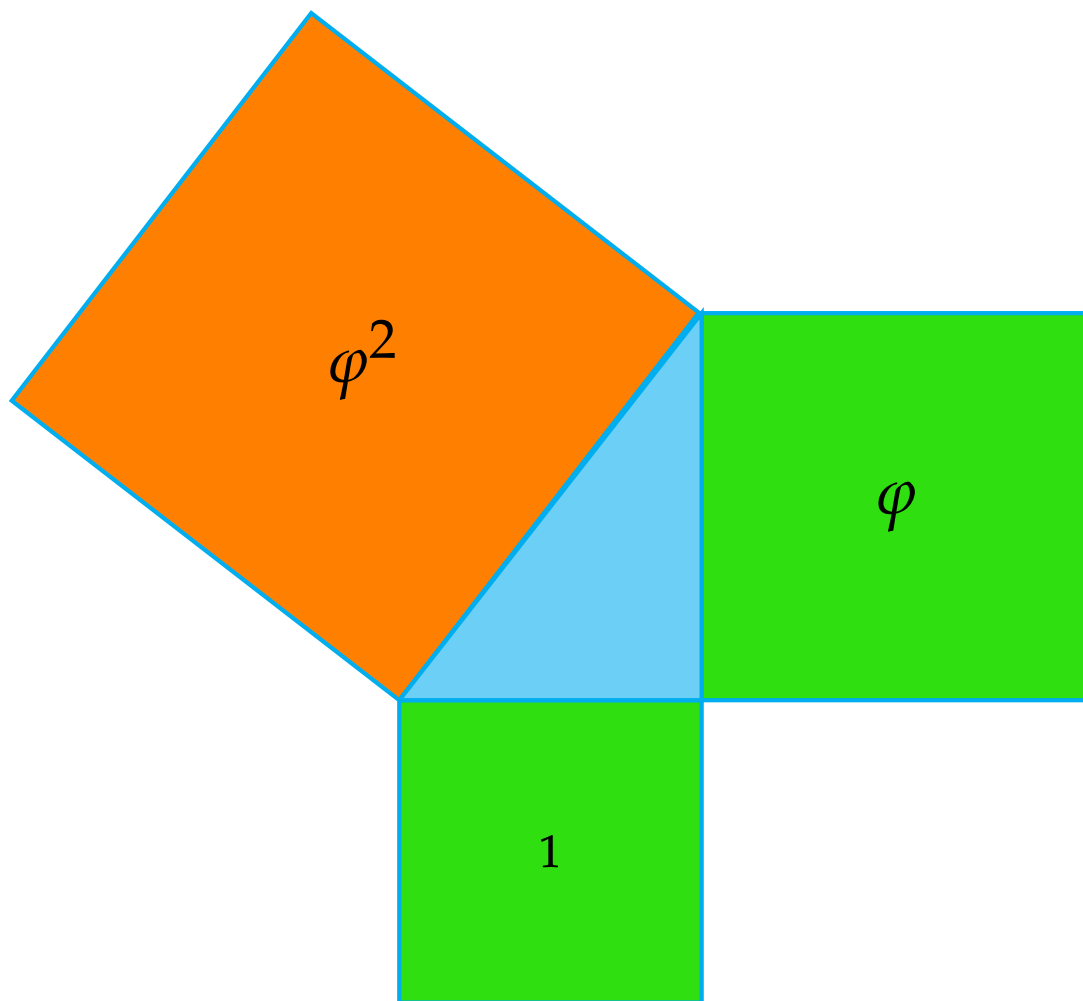
En efecto, construyamos primero un segmento de longitud φ . Nótese ahora que en un triángulo rectángulo de catetos 1 y $\frac{1}{2}$ la hipotenusa, por el teorema de Pitágoras, tiene longitud $\frac{\sqrt{5}}{2}$.



Trazando enseguida un círculo de radio $\frac{1}{2}$, obtenemos que el segmento en azul tiene longitud φ .

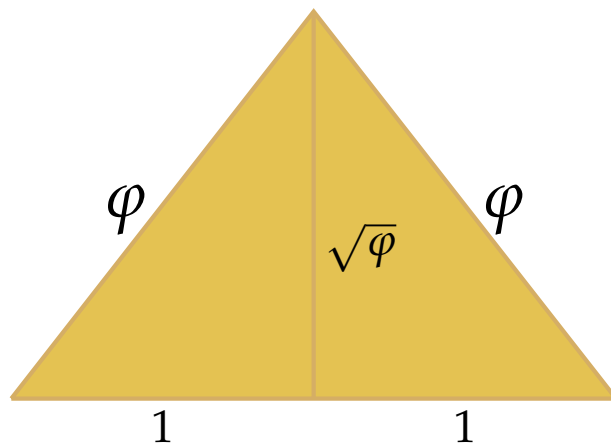


Dibujando un arco de radio φ y con centro en el vértice de la izquierda, obtenemos un triángulo rectángulo con base 1, cateto vertical $\sqrt{\varphi}$ y hipotenusa φ , recordando que $\varphi^2 = 1 + \varphi$.



Sobre el triángulo rectángulo azul, de catetos 1 y $\sqrt{\varphi}$ e hipotenusa φ , obtenemos cuadrados de áreas respectivas 1, φ y φ^2 , de forma que el área naranja es justamente la suma de las dos áreas verdes.

La proporción áurea está presente en los conos y los bastones del ojo humano, por lo que parece natural que nos resulte agradable a la vista, y aparezca de forma tan profusa en el arte y la arquitectura. Esta última relación, en particular, parece estar presente en la gran pirámide de Giza, cuya sección transversal está dispuesta en las proporciones que se indican en la figura siguiente.



El número de oro es una de esas viejas obras de la naturaleza que no deja de aportar sorpresas. Entre otras, nos muestra que los arquitectos edificaosres de pirámides no eran meros acumuladores de materiales de construcción, sino verdaderos artistas, enterados además de muy diversos conocimientos científicos.