Rutas aéreas y triángulos extraños

Juan Antonio Pérez
Unidad Académica de Matemáticas
Universidad Autónoma de Zacatecas

noviembre 11, 2026

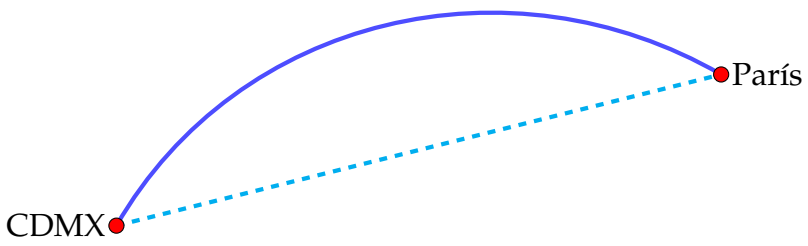
Vuelo porque libera mi mente,
de la tiranía
y de las cosas superfluas.

ANTOINE DE SAINT-EXUPÉRY (1900 - 1944)

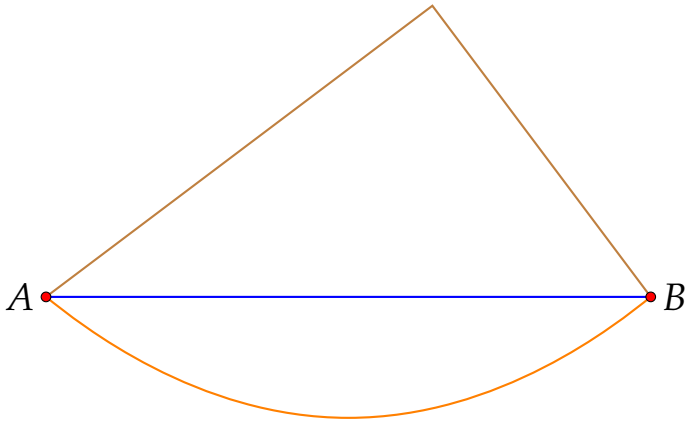
Cuando se observa un mapa que contiene rutas aéreas, algunos detalles se antojan poco sensatos. Si volar es tan costoso, ¿porqué los aviones siguen rutas curvas en lugar de las rectas que son más cortas? ¿Es para evitar obstáculos o para no pasar por zonas peligrosas?

En algunos casos, pocos ciertamente, las rutas son trazadas de cierta formas por razones de seguridad, para evitar cruzar por el espacio aéreo de algún país que impone restricciones o cuestiones similares, pero en general la razón es mucho más simple: nuestro planeta no es plano.

Por ejemplo, la ruta que sigue un vuelo de la Ciudad de México a París tiene un aspecto parecido al de la figura que sigue, recorriendo una distancia superior a los 9 mil *Km*.

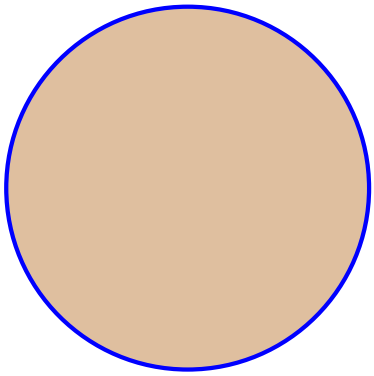


A pesar de lo que parece, las rutas que cruzan el océano son las más cortas posible, es en términos técnicos son *geodésicas*, es decir, son líneas que describe la mínima distancia posible entre dos puntos de un objeto geométrico dado. Una geodésica plana es segmento de recta.

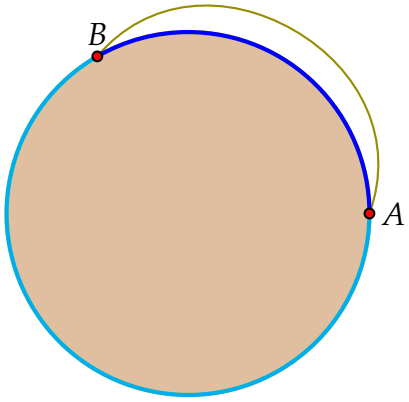


En la figura anterior, dado que es una figura plana, la geodésica, que en este caso es única, y que une los puntoa A y B, es el segmento rectilíneo trazado en azul. Cualquier otra linea sobre el plano describe una longitud mayor.

La superficie de nuestro planeta es, como la llamamos en lenguaje propio de las matemáticas, una *esfera* de dimensión 2, o si se prefiere un nombre más corto, una 2-*esfera*. La esfera es una superficie en el espacio tridimensional, y su contenido es un 3-*disco*. Por si fuese necesario ponernos en contexto: la cáscara de una naranja es una 2-esfera y la naranja toda es un 3-disco. La esfera es una superficie de dimensión 2, que envuelve un cuerpo tridimensional



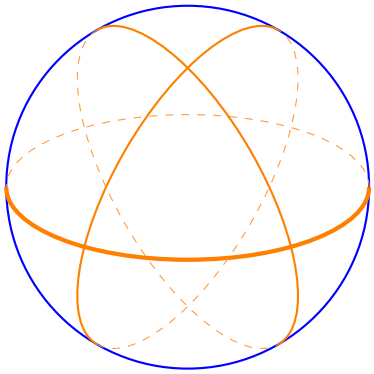
De igual manera, un círculo es un 2-*disco*, en tanto que su circunferencia es una 1-esfera. Una curva de dimensión 1 envuelve una superficie de dimensión 2. Para ilustrar la idea general sobre la superficie terrestre, iniciemos pensando en un planeta circular plano cuyos habitantes se mueven sobre una circunferencia: una 1-esfera.



Para unir los puntos A y B contamos con dos trayectorias, ambas en azul. La más corta es claramente la trazada con un azul más intenso, y la ruta "aérea" se expresa en color verde.

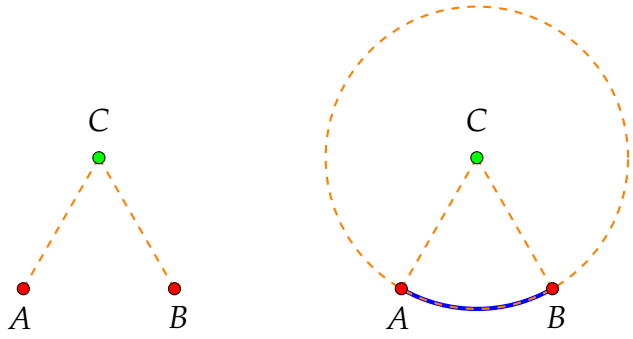
En este caso no se aplica el término "geodésica" porque todo nuestro "hábitat" se compone de una única curva, sin embargo, si nos permitimos la libertad, la "geodésica" que conecta los puntos A y B es el arco de azul más oscuro.

Las geodésicas de una esfera de dimensión 2 es un "ecuador", entendiendo por ello, un círculo que divide la esfera en dos partes iguales: dos *hemisferios*.

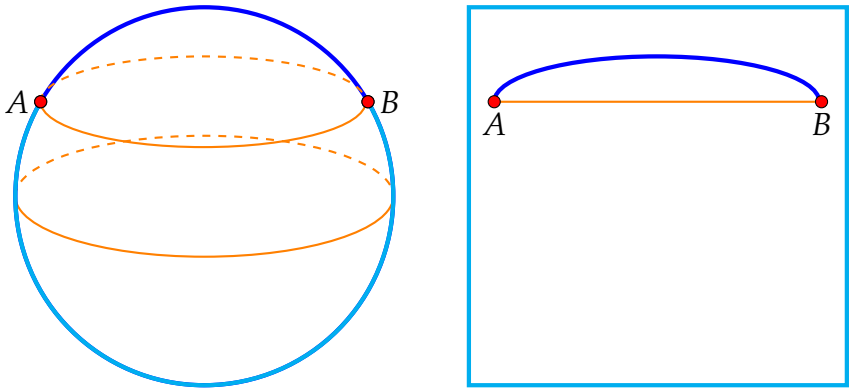


Lo que se traza con tres ecuadores es un triángulo esfér ico, y es un caso en el que la sume de los ángulos internos supera los dos ángulos rectos, es decir, esmayor que 180° que es la suma de los ángulos internos de un triángulo plano.

Por dos puntos dados cualesquiera sobre una esfera pasa un "ecuador". Veamos, considérense dos puntos A y B sobre la superficie terrestre, dado que conocemos la ubicación del centro de le esfera planetaria C, basta trazar una 1-esfera con centro en C y que pase por A y por B.



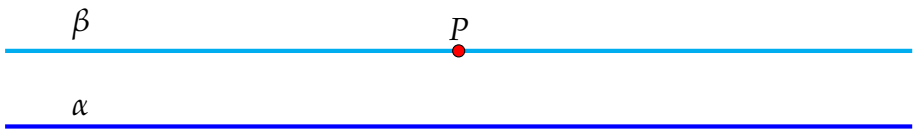
Trazar este círculo es posible porque las distancias de C hacia A y hacia B son ambos radios de la esfera. El trazo en azul es la geodésica que une los puntos A y B, y como es bien sabido, bastan tres puntos para determinar un plano, en este caso, un plano que divide la esfera en dos hemisferios.



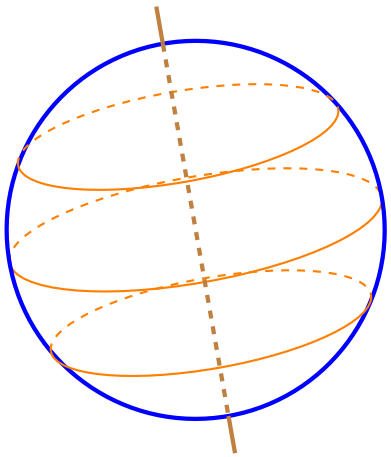
Sobre la esfera, la distancia más corta entre A y B está trazada en azul intenso sobre el "ecuador" vertical, aunque, por la perspectiva, el trazo más corto pareciera ser el naranja, La distorsión ocurre cuando se intenta

representar una superficie esférica sobre un plano. Ahí, el segmento de recta naranja describe una trayectoria plana más corta que la azul que es más corta en la realidad esférica.

Otro hecho relevante es que, sobre un plano, una recta α admite exactamente una recta paralela β que pase por un punto externo P.



Como puede observarse con cierta facilidad, dos geodésicas cualesquiera sobre una esfera se cortan exactamente en dos puntos antipodales, de manera que una esfera no admite geodésicas paralelas. En una 2-esfera, por consecuencia, no existe el paralelismo.



De los llamados “paralelos terrestres”, que son círculos perpendiculares al eje de rotación del planeta, solo el ecuador geográfico es una curva geodésica. Nuestra realidad local es plana, porque el radio terrestre es de tal magnitud, que hace la curvatura prácticamente imperceptible. La impresión sensorial es tal que aún hay quienes creen que nuestro planeta es plano.

En el entorno inmediato, podemos considerar a la superficie terrestre como plana, sin embargo, en el "macro mundo", la realidad esférica no puede soslayarse, ni ignorarse si se trata de recorrer grandes distancias.